

# ΣΕΙΣΜΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΔΟΜΗΣ ΤΟΥ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ ΤΗΣ ΓΗΣ

Φυσική της Λιθόσφαιρας

## Κεφάλαιο 8

Καθ. Αναστασία Κυρατζή

1

<https://qa.auth.gr/student>

- Αξιολογήστε μας ...

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

2

## Οι ταχύτητες ελαστικών κυμάτων χώρου εξαρτώνται από την πυκνότητα και τις ελαστικές σταθερές

Είναι γνωστό ότι η ταχύτητα  $V_p$  των επιμήκων κυμάτων P και η ταχύτητα  $V_s$  των εγκάρσιων κυμάτων S δίδεται και από τις σχέσεις

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

$\mu$  = συντελεστής δυσκαμψίας  
(πως αντιδρά το υλικό σε διατμητικές τάσεις)

$\rho$  = η πυκνότητα (Μάζα / Όγκος)

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

3

## Διάδοση των κυμάτων χώρου στο φλοιό

Κατά τη διάδοση των σεισμικών κυμάτων στο εσωτερικό της Γης ισχύουν οι αρχές του Fermat και του Huygens καθώς και ο νόμος του Snell

### Αρχή του Fermat

Όταν ένα κύμα διαδίδεται σε υλικό μέσο, ακολουθεί τη διαδρομή του ελάχιστου χρόνου

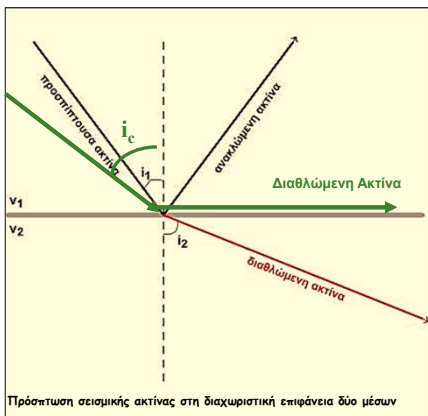
### Αρχή του Huygens

Κάθε υλικό σημείο που ταλαντώνεται κατά τη διέλευση κύματος, γίνεται με τη σειρά του πηγή δευτερογενούς ακτινοβολίας

### Νόμος του Snell

$$\frac{\eta \mu_1}{v_1} = \frac{\eta \mu_2}{v_2}$$

## Διάδοση των κυμάτων χώρου στο φλοιό



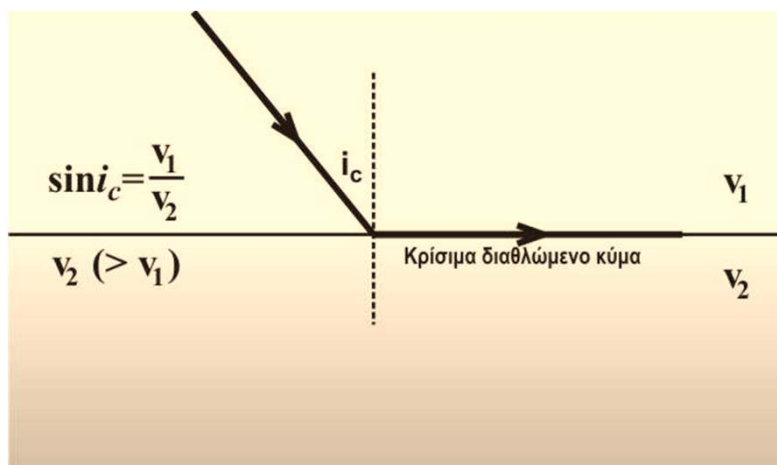
### Νόμος του Snell

$$\frac{\eta \mu i_1}{v_1} = \frac{\eta \mu i_2}{v_2}$$

Όταν όμως η προσπίπτουσα ακτίνα αποκτά τιμή  $i_1 = i_c$ , τέτοια που η  $i_2$  να γίνει ίση με  $90^\circ$ , δηλαδή θα ισχύει  $\eta \mu i_c = v_1/v_2$ , τότε:

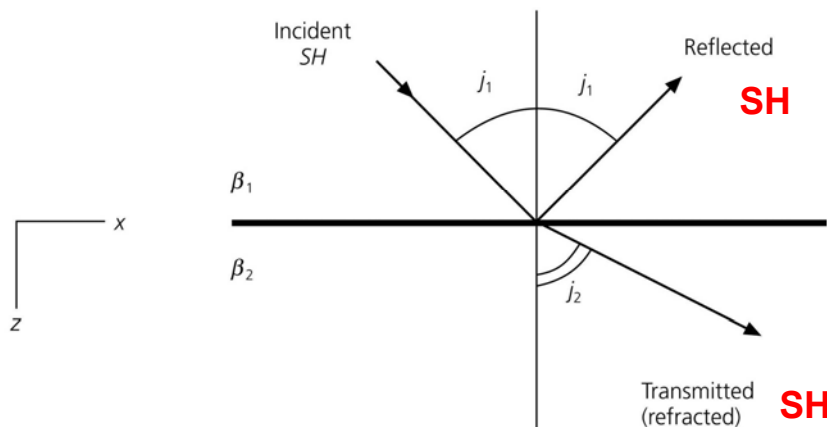
η διαθλώμενη ακτίνα ακολουθεί τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων και τα κύματα αυτά ονομάζονται μετωπικά κύματα (head waves). Η γωνία  $i_c$  καλείται ορική γωνία.

## Πρόσπτωση υπό κρίσιμη γωνία



## Νόμος του Snell για τα SH - κύματα

Figure 2.5-8: Transmitted and reflected waves for an incident SH wave.



Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

7

## 8.3 Αξιοποίηση των χρόνων διαδρομής για τον προσδιορισμό των ταχυτήτων

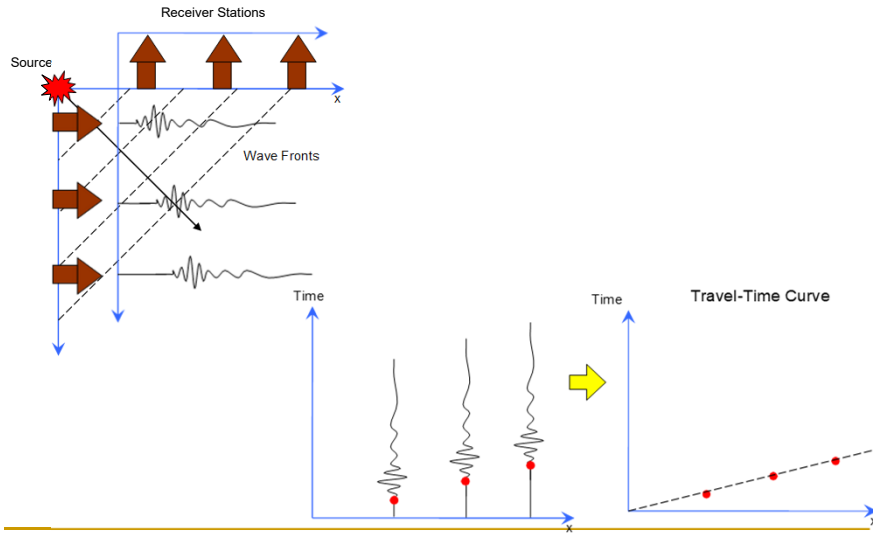
### Παλαιότερη σεισμική μέθοδος καθορισμού της δομής του εσωτερικού της Γης

- Απευθείας από τις παρατηρήσεις
  - δηλαδή από  $T = f(\Delta) \longrightarrow V = f(h)$
  - Δεδομένα από σεισμούς ή πυρηνικές εκρήξεις

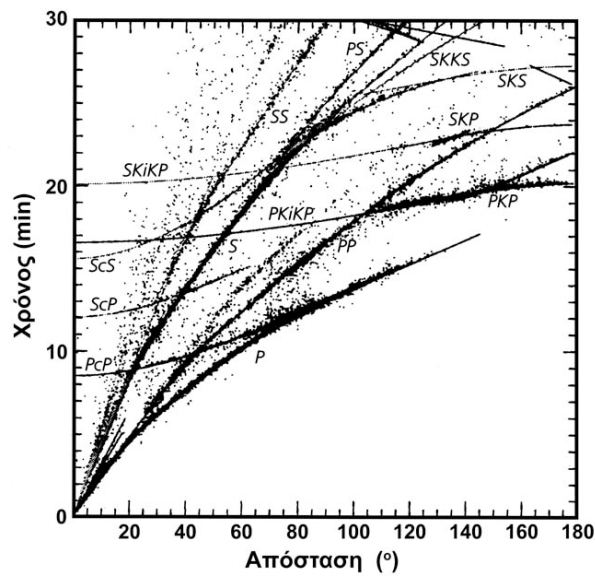
Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

8

# Travel Time Curves



Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"



Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

## 8.4 Κανονική μεταβολή της ταχύτητας με το βάθος για σφαιρική Γη - Παράμετρος της σεισμικής ακτίνας

### Ray parameter, $p$

Προκύπτει από την εφαρμογή του νόμου του Snell σε ομόκεντρα σφαιρικά στρώματα

$$p = \frac{r \sin i}{v}$$

- $i$  = Γωνία πρόσπτωσης του κύματος P ή S
- $r$  = ακτίνα
- $p$  = παράμετρος σεισμικής ακτίνας ή οριζόντια καθυστέρηση
- $v$  = ταχύτητα

Κουρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

11

## Διαδοχική διάθλαση σεισμικής ακτίνας

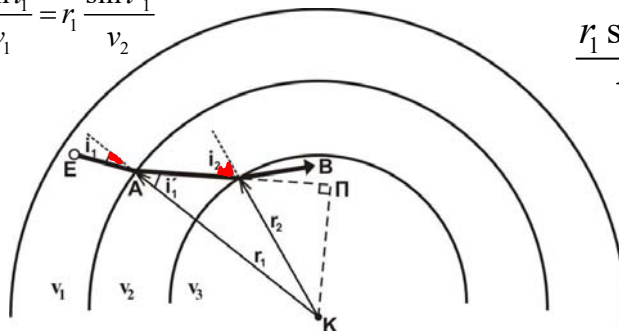
(ταχύτητα αυξάνει με το βάθος ομαλά)

$$\frac{\sin i_1}{v_1} = \frac{\sin i'_1}{v_2} \quad \text{or}$$

$$ΚΠ = r_1 \sin i'_1 = r_1 \sin i_1 = r_2 \sin i_2$$

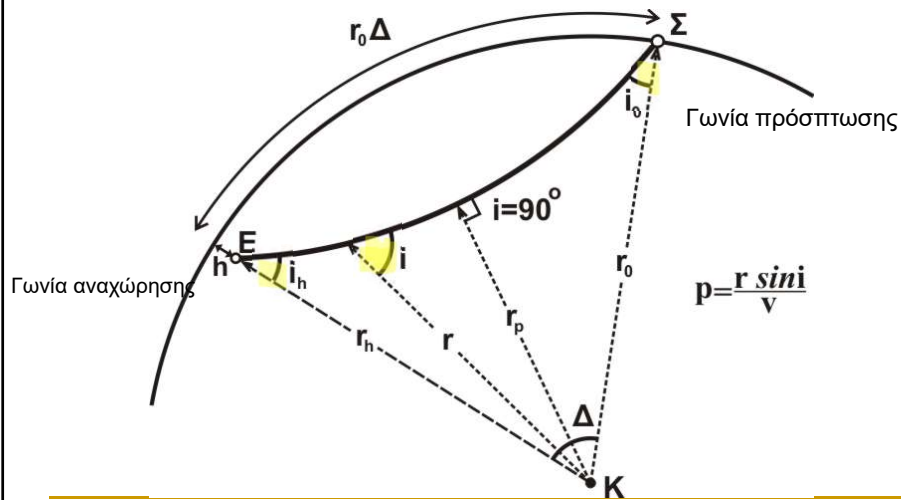
$$r_1 \frac{\sin i_1}{v_1} = r_1 \frac{\sin i'_1}{v_2}$$

$$\frac{r_1 \sin i_1}{v_1} = \frac{r_2 \sin i_2}{v_2}$$



Βλέπουμε ότι το ημίγειο του γινομένου της ακτίνας επί το ημίτονο της γωνίας πρόσπτωσης (ή διάθλασης) δια της αντίστοιχης ταχύτητας είναι αριθμός σταθερός και κατά συνέπεια χαρακτηριστικός κάθε σεισμικής ακτίνας. Αυτή η ποσότητα παριστάνεται με το  $p$  και λέγεται **παράμετρος της σεισμικής ακτίνας**

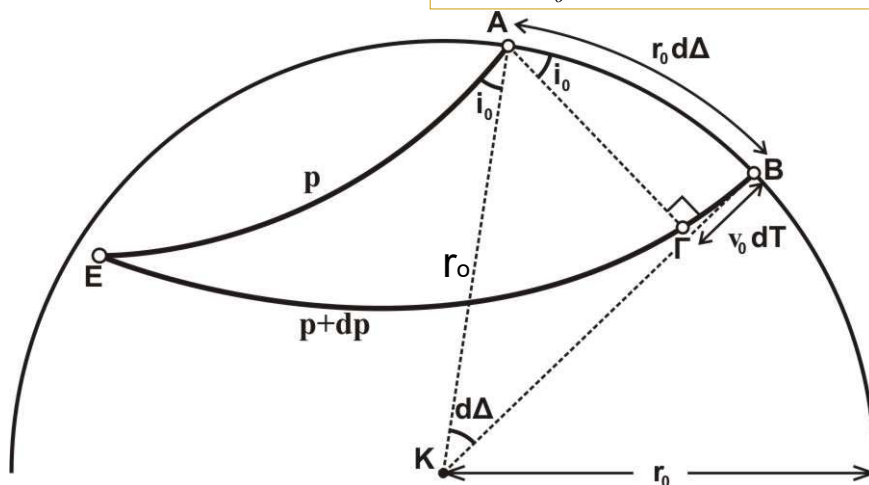
### Ray parameter σε διάφορες θέσεις



η παράμετρος της σεισμικής ακτίνας μας επιτρέπει να συνδέσουμε την ταχύτητα και τη γωνία αναχώρησης σε διάφορα σημεία της σεισμικής ακτίνας μεταξύ τους.

### Υπολογισμός της παραμέτρου της σεισμικής ακτίνας από τις καμπύλες χρόνων διαδρομής

$$\frac{dT}{d\Delta} = \frac{r_0 \sin i_0}{v_0} \Rightarrow p = \frac{dT}{d\Delta} \quad (\text{sec/rad})$$



Στοιχειώδης μεταβολή της επικεντρικής απόστασης και του χρόνου διαδρομής σε σχέση με στοιχειώδη μεταβολή της θέσης του σταθμού αναγραφής των σεισμικών κυμάτων

## 8.5 Καθορισμός της ταχύτητας σε συνάρτηση με το βάθος

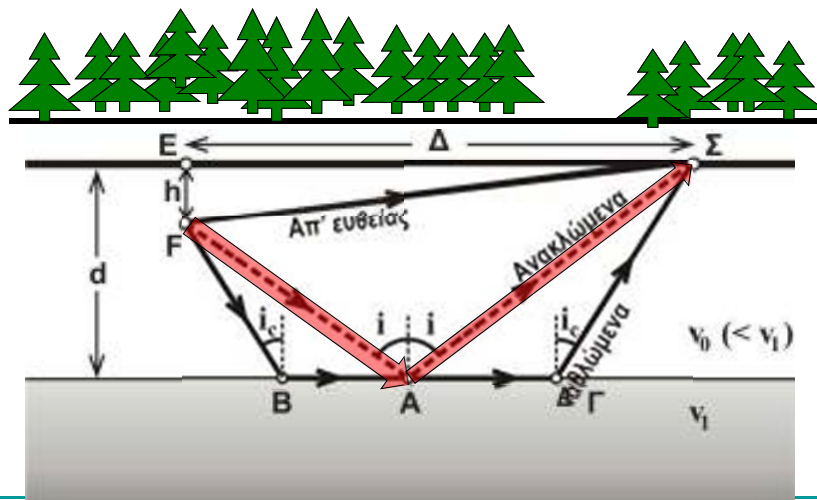
- Μέθοδος Herlotz-Wiechert (στο εργαστήριο)

## 8.6 Καθορισμός της δομής του φλοιού από τους χρόνους διαδρομής των κυμάτων χώρου

- **Φλοιός ενός στρώματος**
  - Μέθοδος της ανάκλασης
  - Μέθοδος της διάθλασης
- **Φλοιός η οριζοντίων στρωμάτων**



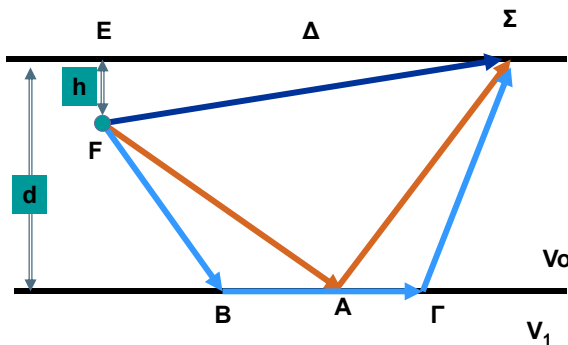
ΦΛΟΙΟΣ ΕΝΟΣ ΣΤΡΩΜΑΤΟΣ



Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

Σεισμικές ακτίνες -  
Α. Απευθείας κύματα

$$T_{1 \text{ (απευθείας)}} = \frac{F\Sigma}{v_0} \Rightarrow$$



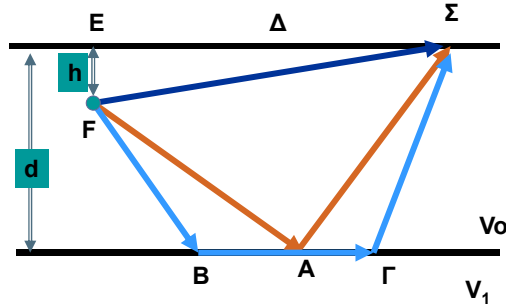
$$T_1 = \frac{\sqrt{\Delta^2 + h^2}}{v_0}$$

$$T_{\text{απευθείας}} = \frac{\Delta}{v_0}$$

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

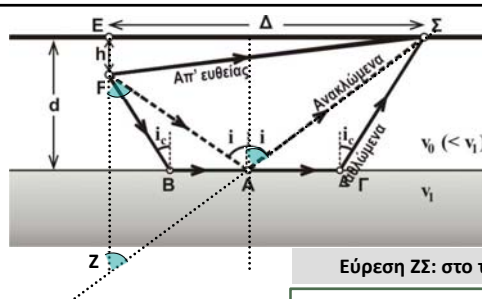
Σεισμικές ακτίνες -  
**B. Ανακλώμενα κύματα**

$$T_{2(\text{ανακλώμενα})} = \frac{FA}{v_0} + \frac{A\Sigma}{v_0} = \frac{1}{v_0} \sqrt{\Delta^2 + (2d-h)^2}$$



Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

19



$$T_{\text{ανακλ}} = \frac{FA + A\Sigma}{v_0} = \frac{ZA + A\Sigma}{v_0} = \frac{Z\Sigma}{v_0}$$

$$\frac{Z\Sigma}{v_0} = \frac{\sqrt{EZ^2 + \Delta^2}}{v_0} = \frac{\sqrt{(2d-h)^2 + \Delta^2}}{v_0}$$

Εύρεση ΖΣ: στο τρίγωνο ΕΖΣ

$$EZ = (d-h) + (d-h) + h = 2d-h$$

$$T_{\text{ανακλ}} = \frac{\sqrt{(2d-h)^2 + \Delta^2}}{v_0}$$

$$T_{\text{ανακλ}}^2 = \frac{\Delta^2 + (2d-h)^2}{v_0^2}$$

## Ανακλώμενα κύματα

$$T_{2 \text{ Ανακλώμενα}} = \frac{1}{v_o} \sqrt{\Delta^2 + (2d-h)^2}$$

$$T_{2 \text{ Ανακλώμενα}}^2 = \frac{1}{v_o^2} \{\Delta^2 + (2d-h)^2\} = \frac{1}{v_o^2} \Delta^2 + \frac{(2d-h)^2}{v_o^2}$$

Συνεπώς, η χαρτογράφηση της ποσότητας  $\Delta^2$  με τον  $T^2$ , είναι ευθεία με κλίση

$$\frac{1}{v_o^2}$$

Όταν γνωρίζουμε τους χρόνους διαδρομής  $T_2$  σε συνάρτηση με τις επικεντρικές αποστάσεις, βρίσκουμε εύκολα την ταχύτητα  $v_o$  και την ποσότητα  $2d-h$ , και το  $d$  αν το βάθος του σεισμού είναι γνωστό.

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

21

$$T_{2 \text{ Ανακλώμενα}} = \frac{1}{v_o} \sqrt{\Delta^2 + (2d-h)^2}$$

$$T_{2 \text{ Ανακλώμενα}}^2 = \frac{1}{v_o^2} \{\Delta^2 + (2d-h)^2\} = \frac{1}{v_o^2} \Delta^2 + \frac{(2d-h)^2}{v_o^2}$$

$$T_{\text{ανακλώμενα}}^2 = \frac{1}{v_o^2} \{\Delta^2 + (2d-h)^2\} = \frac{\Delta^2}{v_o^2} + t_o^2$$

όπου  $t_o = (2d-h)/v_o$  ο χρόνος άφιξης της κατακόρυφης ανάκλασης από την ασυνέχεια σε δέκτη που βρίσκεται στη θέση του επικέντρου,  $E$

- από όπου προκύπτει ότι η καμπύλη χρόνων διαδρομής των ανακλώμενων σεισμικών κυμάτων είναι μία παραβολή. Επιπλέον, η γραφική παράσταση της ποσότητας  $T^2$  σε συνάρτηση με την ποσότητα  $\Delta^2$  είναι ευθεία γραμμή, της οποίας η κλίση δίνει την ποσότητα

$$\frac{1}{v_o^2}$$

- Συνεπώς, όταν γνωρίζουμε τους χρόνους διαδρομής των ανακλώμενων κυμάτων,  $T_{\text{Ανακλώμενα}}$  σε συνάρτηση με την επικεντρική απόσταση, μπορούμε εύκολα να βρούμε την ταχύτητα  $v_o$  και την ποσότητα  $2d-h$ , από την οποία αν το βάθος του σεισμού,  $h$ , είναι γνωστό μπορεί να υπολογιστεί το πάχος του φλοιού,  $d$ .

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

22

## Διαθλώμενα κύματα

### Head waves –

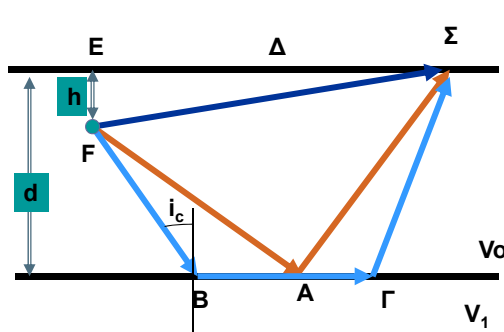
- Διαθλώμενα κύματα εμφανίζονται όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη γωνία.
- Κρίσιμη γωνία είναι εκείνη η γωνία πρόσπτωσης για την οποία το διαθλώμενο κύμα διαδίδεται κατά μήκος της διεπιφάνειας μεταξύ των δυο στρωμάτων

23

## Σεισμικές ακτίνες - Γ. Διαθλώμενα κύματα

$$T_{3, \text{Διαθλώμενα}} = \frac{FB + \Gamma\Sigma}{v_0} + \frac{B\Gamma}{v_1}$$

$$\eta_{\mu\iota_c} = \frac{v_0}{v_1}$$



$$T_{3, \text{διαθλώμενα}} = \frac{\Delta}{v_1} + (2d-h) \sqrt{\frac{1}{v_0^2} - \frac{1}{v_1^2}}$$

$$T_{3, \text{διαθλώμενα}} = \frac{\Delta}{v_1} + T_{0,1}$$

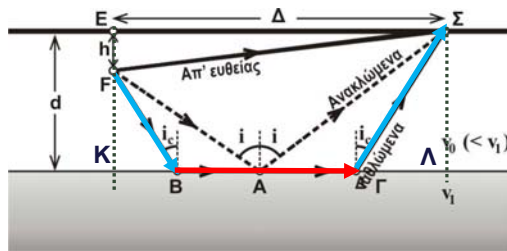
Χρόνος συνάντησης

$$T_{0,1} = (2d-h) \sqrt{\frac{1}{v_0^2} - \frac{1}{v_1^2}}$$

Κουρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

24

**Διαθλώμενα κύματα (head waves)**



Διαδρομή ΒΓ με  $v_1$

$$B\Gamma = \Delta - KB - \Gamma\Lambda$$

$$B\Gamma = \Delta - \tan i_c \cdot (d - h) - \tan i_c \cdot d$$

$$B\Gamma = \Delta - \tan i_c \cdot (2d - h)$$

και έτσι,

$$\frac{B\Gamma}{v_1} = \frac{\Delta}{v_1} - \frac{\sin i_c \cdot (2d - h)}{v_1 \cdot \cos i_c}$$

Συνεπώς:

$$T_{\text{διαθλ}} = \frac{FB}{v_0} + \frac{\Gamma\Sigma}{v_0} + \frac{B\Gamma}{v_1} = \frac{d-h}{v_0 \cdot \cos i_c} + \frac{d}{v_0 \cdot \cos i_c} + \frac{\Delta}{v_1} - \frac{\sin i_c \cdot (2d-h)}{v_1 \cdot \cos i_c}$$

$$= \frac{\Delta}{v_1} + (2d-h) \cdot \left( \frac{1}{v_0 \cdot \cos i_c} - \frac{\sin i_c}{v_1 \cdot \cos i_c} \right)$$

**Διαθλώμενα κύματα (head waves)**

$$= \frac{\Delta}{v_1} + (2d-h) \cdot \left( \frac{1}{v_0 \cdot \cos i_c} - \frac{\sin i_c}{v_1 \cdot \cos i_c} \right)$$

Με βάση το νόμο του Snell

$$\sin i_c = \frac{v_0}{v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{\sin i_c}$$

Και το γεγονός ότι:

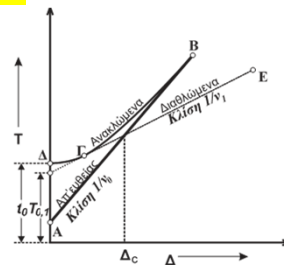
$$\cos^2 i_c = 1 - \sin^2 i_c = 1 - \frac{v_0^2}{v_1^2}$$

Καταλήγουμε στη σχέση:

$$T_{\text{διαθλ}} = \frac{\Delta}{v_1} + (2d-h) \sqrt{\frac{1}{v_0^2} - \frac{1}{v_1^2}} = \frac{\Delta}{v_1} + T_{0,1}$$

Όπου  $T_{0,1}$  είναι ο χρόνος συνάντησης

$$T_{0,1} = (2d-h) \sqrt{\frac{1}{v_0^2} - \frac{1}{v_1^2}}$$



## Καμπύλες χρόνων διαδρομής

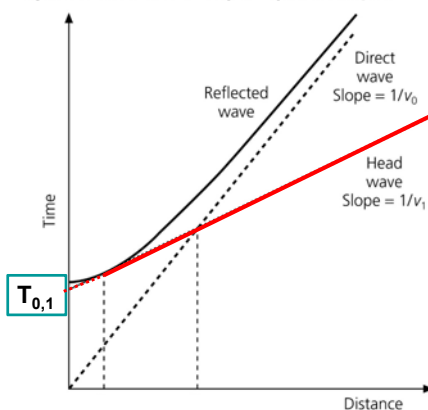
$$T_3 = \frac{\Delta}{v_1} + T_{0,1}$$

Χρόνος Συνάντησης

$$T_{0,1} = (2d - h) \sqrt{\frac{1}{v_0^2} - \frac{1}{v_1^2}}$$

Επομένως από την κλίση της ευθείας μας δίνεται το  $1/v_1$  και από την τομή της ευθείας με τον άξονα των χρόνων μας δίνεται ο χρόνος συνάντησης,  $T_{0,1}$  από όπου υπολογίζουμε την ποσότητα  $2d-h$

Figure 3.2-2: Travel time curve for rays in a layer over a halfspace.



Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

27

## Φλοιός ενός στρώματος (σχέσεις)

$$T_1 = \frac{\sqrt{\Delta^2 + h^2}}{v_0}$$

Χρόνος διαδρομής απευθείας

$$T_2 = \frac{1}{v_0} \sqrt{\Delta^2 + (2d-h)^2}$$

Χρόνος διαδρομής ανακλώμενων

$$T_3 = \frac{\Delta}{v_1} + T_{0,1}$$

Χρόνος διαδρομής διαθλώμενων

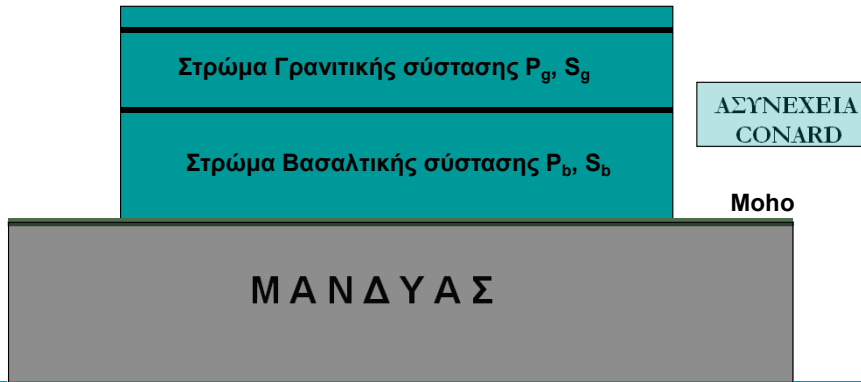
$$T_{0,1} = (2d - h) \sqrt{\frac{1}{v_0^2} - \frac{1}{v_1^2}}$$

Χρόνος συνάντησης

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

28

# Ηπειρωτικός Φλοιός

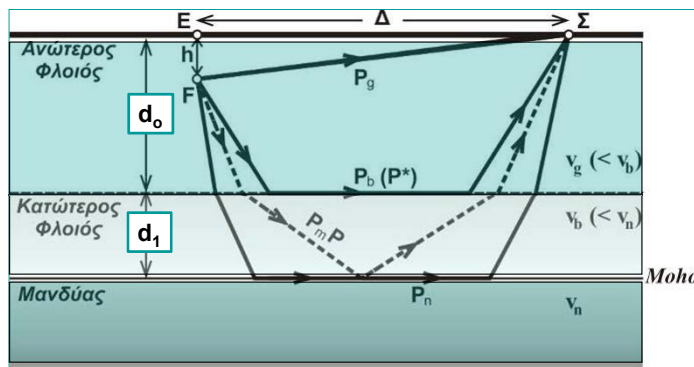


ΑΣΥΝΕΧΕΙΑ  
CONARD

Κωρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

29

## Ηπειρωτικός Φλοιός



$$T_g = \sqrt{\frac{\Delta^2 + h^2}{v_g}}$$

$$T_b = \frac{\Delta}{v_b} + \frac{(2d_o - h)\sqrt{v_b^2 - v_g^2}}{v_b v_g} \rightarrow \text{Καθορισμός πάχους, } d_o \text{ ανώτερου φλοιού}$$

$$T_n = \frac{\Delta}{v_n} + \frac{(2d_o - h)\sqrt{v_n^2 - v_g^2}}{v_n v_g} + \frac{2d_1 \sqrt{v_n^2 - v_b^2}}{v_n v_b} \quad \text{ } v_n, d_1 \text{ και } d = d_o + d_1$$

30

### 8.6.3

## Μέθοδος της σώρευσης κοινού μέσου σημείου (Common Mid-Point Stacking)

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

31

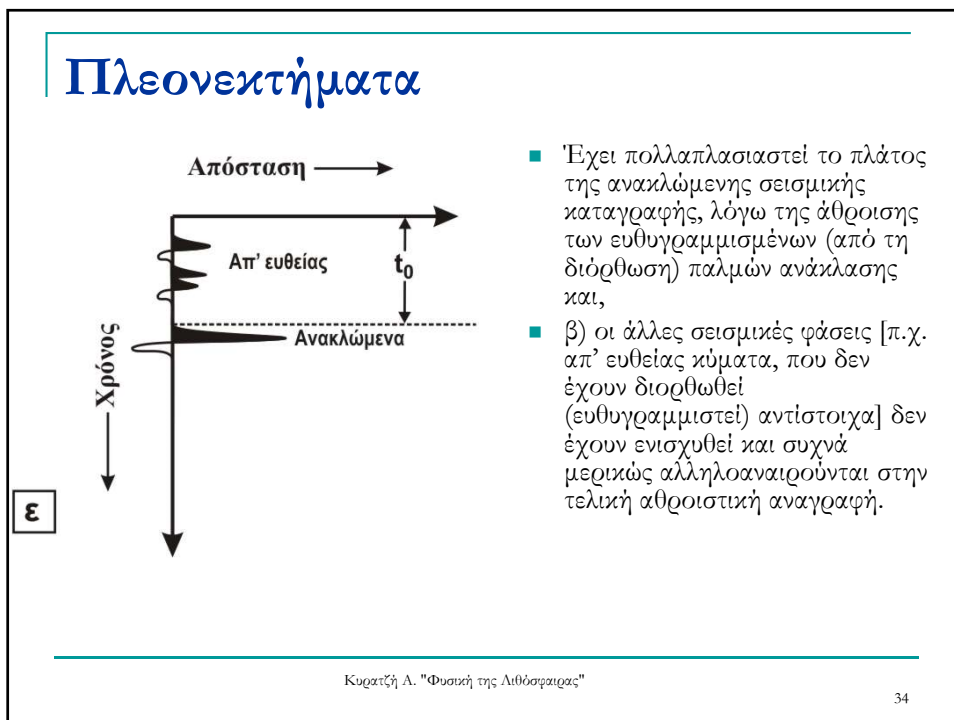
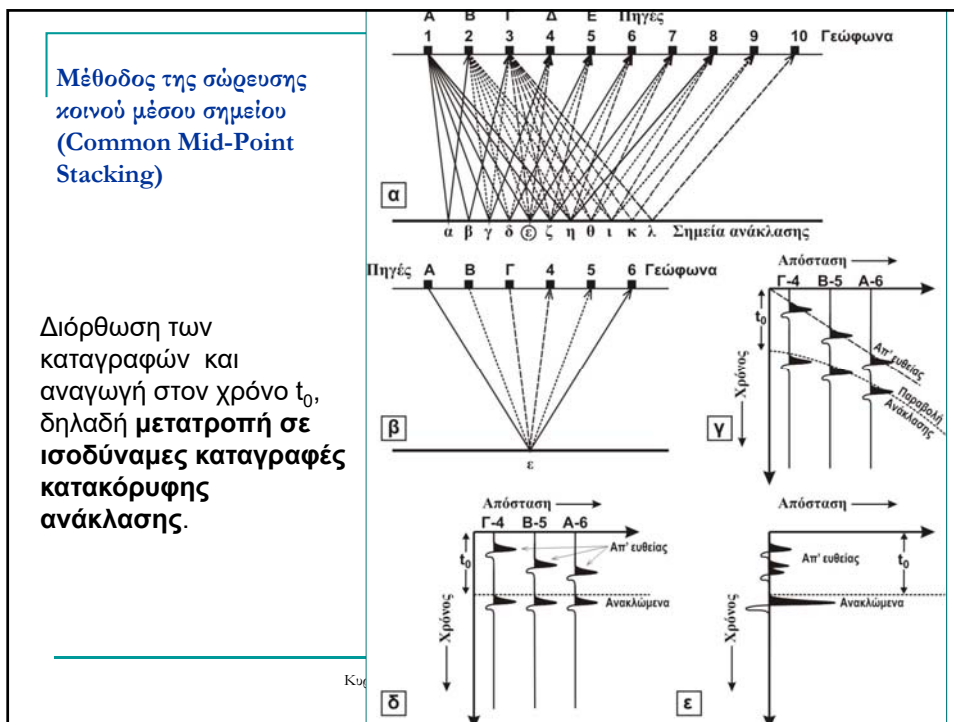
## Πότε την χρησιμοποιούμε?

- Οι ανακλάσεις είναι δυσδιάκριτες
- Δεν φτάνουν ως πρώτες αφίξεις

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

32





## Συντελεστής ανάκλασης και συντελεστής διάθλασης

- Η χρήση των πλατών αναγραφής για τον καθορισμό του βέλτιστου μοντέλου δομής που έχει προσδιοριστεί με βάση χρόνους διαδρομής χρησιμοποιείται συχνά στην περίπτωση των μεθόδων διάθλασης και ανάκλασης. Όταν μία σεισμική ακτίνα P προσπίπτει σε μία ασυνέχεια, τότε έχουμε τη γένεση ανακλώμενων και διαθλώμενων P και SV. Όμως τα πλάτη των κυμάτων αυτών δεν είναι σταθερά, αλλά εξαρτώνται όχι μόνο από το πλάτος του προσπίπτοντος κύματος P αλλά και από τις ιδιότητες των δύο μέσων (ταχύτητες και πυκνότητες), καθώς και από τη γωνία πρόσπτωσης.
- Στην περίπτωση αυτή ορίζουμε ως το λόγο του πλάτους του ανακλώμενου ή διαθλώμενου κύματος (P ή SV), αντίστοιχα, προς το πλάτος του προσπίπτοντος κύματος.

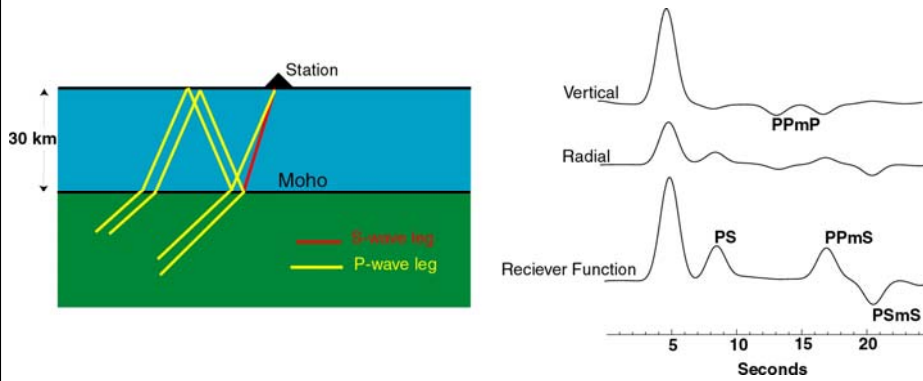
## Συντελεστές ανάκλασης και διάθλασης για κάθετη πρόσπτωση ( $i=0^\circ$ )

Δεν υπάρχουν ανακλώμενα και διαθλώμενα SV

$$\frac{A_P^{\text{Ανακλώμενο}}}{A_P^{\text{Προσπίπτον}}} = \frac{\rho_2 v_{P2} - \rho_1 v_{P1}}{\rho_2 v_{P2} + \rho_1 v_{P1}}$$

$$\frac{A_P^{\text{Διαθλώμενο}}}{A_P^{\text{Προσπίπτον}}} = \frac{2\rho_1 v_{P1}}{\rho_2 v_{P2} + \rho_1 v_{P1}}$$

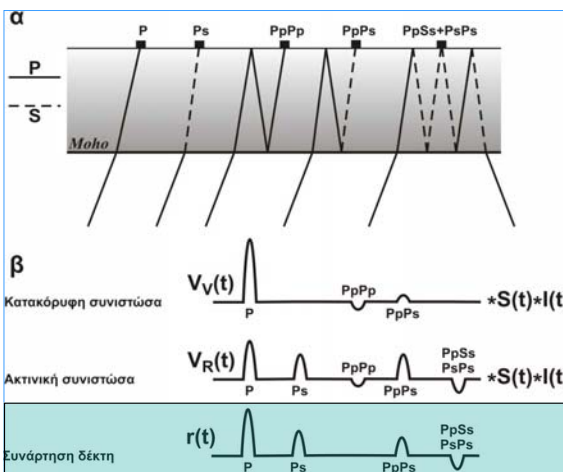
Μέθοδος: Συναρτήσεις Δέκτη



$$R(\omega) = \frac{U_R(\omega)}{U_V(\omega)} = \frac{I(\omega) \cdot S(\omega) \cdot E_R^R(\omega) \cdot E_R^S(\omega)}{I(\omega) \cdot S(\omega) \cdot E_V^R(\omega) \cdot E_V^S(\omega)}$$

$$\frac{E_R^R(\omega) \cdot E_R^S(\omega)}{E_V^R(\omega) \cdot E_V^S(\omega)} \approx \frac{E_R^R(\omega)}{E_V^R(\omega)}$$

Μέθοδος: Συναρτήσεις Δέκτη  
-Receiver functions



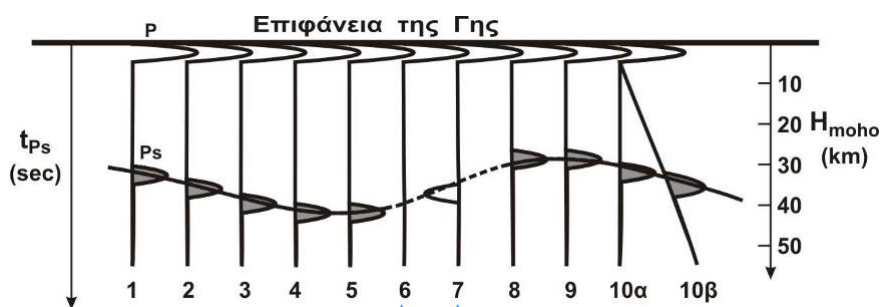
- α) Δευτερεύουσες σεισμικές φάσεις που δημιουργούνται από μετατροπές τηλεσεισμικών P κυμάτων στην ασυνέχεια Moho και εσωτερικές ανακλάσεις του φλοιού.
- β) Σχηματική αναγραφή της κατακόρυφης και ακτινικής συνιστώσας, ως
- συνέλιξη της απόκρισης του φλοιού,  $V_V(t)$  και  $V_R(t)$ , με τη συνάρτηση πηγής,  $S(t)$ ,
- και την απόκριση του σεισμομέτρου αναγραφής,  $I(t)$ ,
- και τελική συνάρτηση δέκτη,  $r(t)$ , απαλλαγμένη από την επίδραση της πηγής και του σεισμομέτρου αναγραφής.

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

## Υπολογισμός του βάθους της Moho

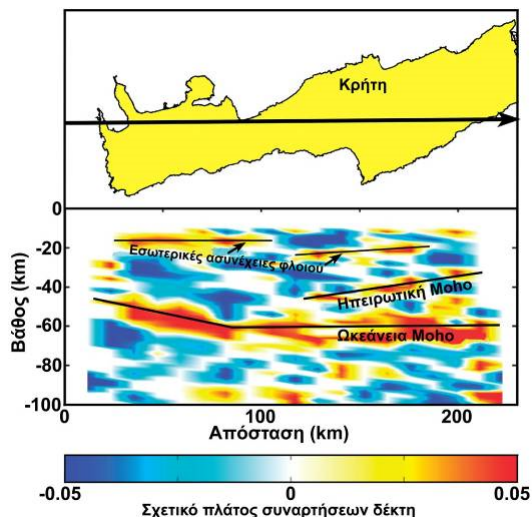
- $t_{Ps} \sim H_{\text{MOHO}}$

## Μέθοδος: Συναρτήσεις Δέκτη -Receiver functions



- Υπολογισμός του πάχους του φλοιού με βάση τη φάση Ps των συναρτήσεων δέκτη που έχουν υπολογιστεί σε 10 διαδοχικούς σταθμούς αναγραφής. Είναι χαρακτηριστική η τοπική απουσία Ps φάσης (δέκτης 6) ή η παρουσία αρνητικής Ps φάσης (δέκτης 7).

## Receiver functions



Χωρική μεταβολή του πλάτους της συνάρτησης δέκτη κατά μήκος τομής στη δυτική και κεντρική Κρήτη (Endrun et al., 2004).

Με μεγάλα θετικά πλάτη (έντονο κόκκινο χρώμα) αναγνωρίζεται η θέση διαφόρων ασυνεχειών (ασυνέχεια Moho, εσωτερικές ασυνέχειες του φλοιού), όπου έχουμε έντονη αύξηση της ταχύτητας με το βάθος.

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

41

## 8.8 Καθορισμός της δομής με τη μέθοδο των επιφανειακών κυμάτων

## Τρόπος δημιουργίας των επιφανειακών κυμάτων

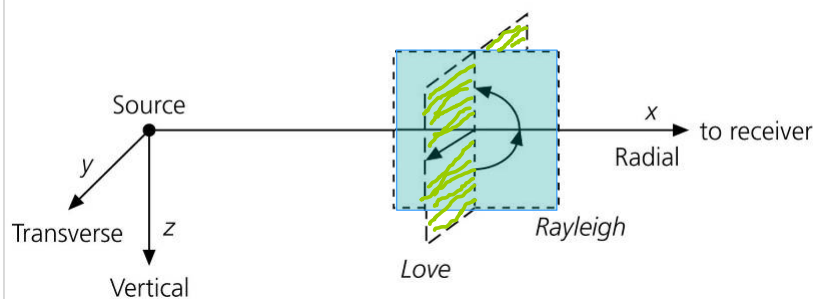
- Τα κύματα **Rayleigh** είναι **στάσιμα κύματα** που προέρχονται από τη **συμβολή P και SV κυμάτων** τα οποία διαδίδονται κοντά στην ασυνέχεια δύο μέσων, όπως συμβαίνει και με τα κύματα της θάλασσας στην ασυνέχεια νερού-αέρα.
- Τα κύματα **Love** είναι **στάσιμα κύματα** που προέρχονται από τη **συμβολή SH κυμάτων** τα οποία διαδίδονται μέσα σε ένα στρώμα το οποίο βρίσκεται πάνω από ένα στρώμα μεγαλύτερης ταχύτητας και ανακλώνται πολλαπλά στα όρια του στρώματος, όπως συμβαίνει και με το φως μέσα σε μία οπτική ίνα.
- Ο τρόπος καταγραφής των επιφανειακών κυμάτων σχετίζεται άμεσα με τον τρόπο δημιουργίας τους.

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

43

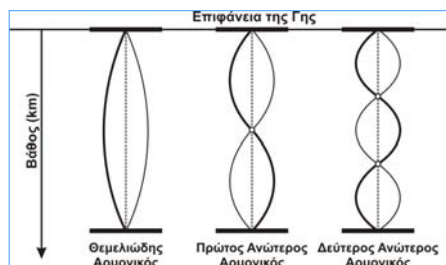
## Επιφανειακά Κύματα: Γεωμετρία διάδοσης για Love and Rayleigh

Figure 2.7-2: Geometry for Love and Rayleigh wave motions.



## Θεμελιώδεις και ανώτεροι αρμονικοί

- Ως στάσιμα κύματα, τα επιφανειακά κύματα διαθέτουν θεμελιώδεις και ανώτερους αρμονικούς, όπως τα στάσιμα κύματα μίας κατακόρυφης χορδής.
- Οι ανώτεροι αρμονικοί διαθέτουν κόμβους, δηλαδή βάρη μέσα στη Γη στα οποία μηδενίζεται η ταλάντωση των υλικών σημείων, όμως εμφανίζουν σημαντικά πλάτη κίνησης σε μεγαλύτερα βάθη μέσα στη Γη, σε σχέση με το θεμελιώδη αρμονικό.



- Αυτός είναι και ο λόγος, που αν και ο θεμελιώδης αρμονικός είναι το κύριο τμήμα των καταγραφών των επιφανειακών κυμάτων, οι ανώτεροι αρμονικοί δίνουν τη δυνατότητα μελέτης της δομής σε μεγαλύτερα βάθη.

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

45

## Σκέδαση επιφανειακών κυμάτων

- Ο τρόπος διάδοσης των επιφανειακών κυμάτων στη Γη δημιουργεί την εντύπωση ότι μπορούν να δώσουν πληροφορίες μόνο για οριζόντιες χωρικές μεταβολές της δομής της Γης και όχι για την κατά βάθος μεταβολή της δομής της Γης.
- Όμως, κάτι τέτοιο δεν ισχύει, λόγω του ότι τα κύματα Rayleigh και τα κύματα Love, που διαδίδονται στα επιφανειακά στρώματα της Γης, υφίστανται **σκέδαση**, δηλαδή η ταχύτητα φάσης και η ταχύτητα ομάδας τους εξαρτάται από την περίοδο τους,  $T$ , ή εναλλακτικά από το μήκος κύματός τους.
- Η **ταχύτητα φάσης** αναφέρεται στην ταχύτητα με την οποία ταξιδεύει στο χώρο μία συγκεκριμένη σεισμική φάση, συγκεκριμένης περιόδου (ή συχνότητας ή μήκους κύματος).
- Αντίθετα, η **ταχύτητα ομάδας** αναφέρεται στην ταχύτητα με την οποία ταξιδεύει στο χώρο ένα σύνολο σεισμικών φάσεων με συγκεκριμένη κυρίαρχη μέση περίοδο (ή συχνότητα ή μήκος κύματος), δηλαδή η ταχύτητα διάδοσης της σεισμικής ενέργειας του επιφανειακού κύματος. Πρέπει να σημειωθεί ότι τέτοια διάκριση δεν υφίσταται πρακτικά για τα κύματα χώρου (P ή S), αφού η ταχύτητά τους δεν εξαρτάται σημαντικά από την περίοδο

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

46

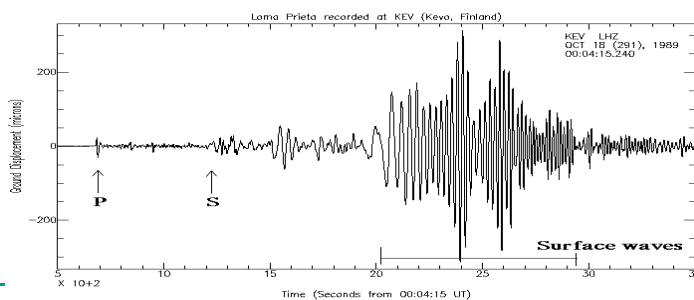
## Σκέδαση των επιφανειακών σεισμικών κυμάτων Rayleigh - Love

Σκέδαση είναι η ιδιότητα των επιφανειακών κυμάτων να εξαρτάται η ταχύτητα διάδοσης τους από την περίοδο.

Η σκέδαση εμφανίζεται σε ένα σεισμόγραμμα ως διαφορετικές περιόδους οι οποίες έχουν διαφορετικούς χρόνους άφιξης.

**Μικρής περιόδου κύματα**

που διαδίδονται μέσα στα **ανώτερα** στρώματα έχουν **μικρότερη ταχύτητα** από **μεγάλης περιόδου** κύματα που διαδίδονται αρκετά **βαθύτερα** με **μεγαλύτερη ταχύτητα**.



Πολύ χρήσιμα για μελέτη της δομής !!

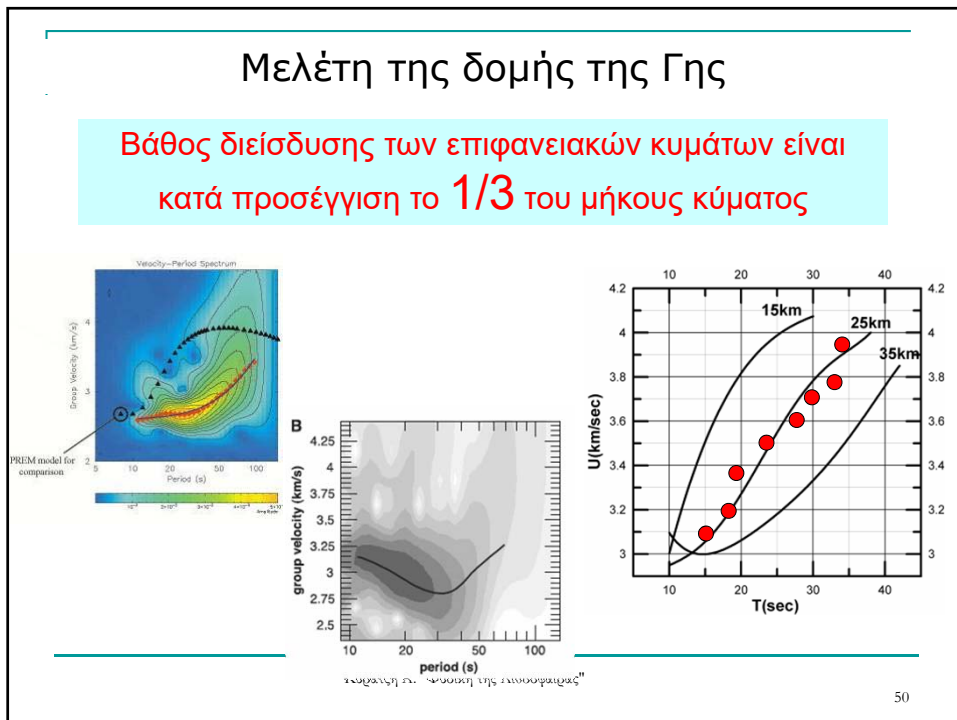
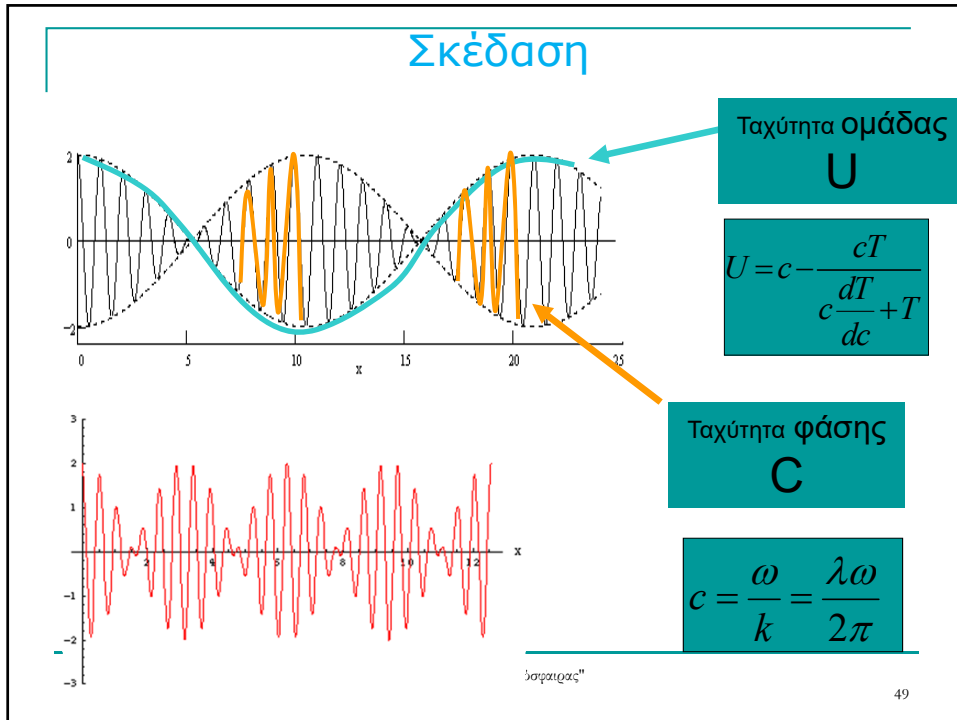
47

## Σκέδαση

$$U = c - \frac{cT}{c \frac{dT}{dc} + T}$$

- **Κανονική σκέδαση (normal dispersion):** όταν η ταχύτητα φάσης αυξάνει με το μήκος κύματος (ή την περίοδο)
- **Αντίστροφη σκέδαση (inverse dispersion):** όταν η ταχύτητα φάσης ελαττώνεται με το μήκος κύματος (ή την περίοδο)
- Προφανώς αν ένα κύμα δεν παρουσιάζει σκέδαση ( $dc/d\lambda=0$ ), τότε  $U=c$ , όπως συμβαίνει για τα κύματα χώρου.





## Διακρότημα $u(x,t)=\cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x)$

- Για να γίνει κατανοητή η έννοια της ταχύτητας φάσης και της ταχύτητας ομάδας είναι σκόπιμο να εξετάσουμε το γνωστό φαινόμενο του διακροτήματος,
  - δηλαδή της περίπτωσης της ταυτόχρονης διάδοσης δύο απλών αρμονικών κυμάτων
    - με κοντινές γωνιακές συχνότητες  $\omega_1 = \omega + \delta\omega$  και  $\omega_2 = \omega - \delta\omega$ , δηλαδή συχνότητες που απέχουν κατά  $\delta\omega$  από την κυρίαρχη συχνότητα  $\omega$ ,
    - αλλά και κοντινούς κυματάρθμους,  $k_1 = k + \delta k$  και  $k_2 = k - \delta k$ , δηλαδή κυματάρθμους που απέχουν κατά  $\delta k$  από τον κυρίαρχο κυματάρθμο  $k$ .
    - Ο κυματάρθμος ορίζεται σε αναλογία με τη γωνιακή συχνότητα ως  $k = 2\pi/\lambda$ , όπου  $\lambda$  το κυρίαρχο μήκος κύματος.
- Το άθροισμα των δύο κυμάτων θα είναι μία σύνθετη κυματομορφή η οποία θα δίνεται από τη σχέση:

$$u(x,t) = \cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x)$$

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

51

## Διακρότημα .. $u(x,t)=\cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x)$

- Αν λάβουμε υπ' όψη ότι τα δύο αρμονικά κύματα έχουν κοντινές συχνότητες και μήκη κύματος, δηλαδή  $\delta\omega \ll \omega$  και  $\delta k \ll k$ , τότε η σχέση μπορεί με βάση τον τύπο του αθροίσματος συνημιτόνων να γραφεί ως:

$$u(x,t) = [2\cos(\delta\omega t - \delta k x)] \cos(\omega t - kx)$$

- Βλέπουμε ότι η συνολική κυματομορφή έχει τη μορφή ενός συνημιτόνου με την κυρίαρχη συχνότητα,  $\omega$ , και τον κυρίαρχο κυματάρθμο,  $k$ , όπως φαίνεται από τον όρο  $\cos(\omega t - kx)$ , ο οποίος λέγεται και **συνάρτηση φορέα**.
- Το **πλάτος της κυματομορφής** δεν είναι σταθερό, αλλά είναι μία αργά μεταβαλλόμενη αρμονική συνάρτηση, όπως φαίνεται από τον όρο  $\cos(\delta\omega t - \delta k x)$ , ο οποίος περιγράφεται και ως **συνάρτηση φακέλου**.

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

52

**α**

$\cos[(\omega+d\omega)t - (k+dk)x]$

$\omega+d\omega$   
 $k+dk$

$\cos[(\omega-d\omega)t - (k-dk)x]$

$\omega-d\omega$   
 $k-dk$

**β**

$t_1$

$t_2$

$t_3$

Φάκελος (Envelope)

Φορέας (Carrier)

$x$

α) Αρμονικά κύματα με συχνότητα και κυματάριθμο που απέχουν κατά  $d\omega$  και  $dk$  από κυρίαρχη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  και κυματάριθμο  $k$ .

β) Συνάρτηση διακροτήματος από το άθροισμα των δύο αρμονικών κυμάτων σε τρεις ισαπέχουσες χρονικές στιγμές. Με ευθείες συμβολίζεται η ταχύτητα διάδοσης των κόμβων (ή κορυφών) της συνάρτησης φακέλου,  $U$ , και η ταχύτητα διάδοσης της συνάρτησης φορέα ή φάσης,  $c$  (τροποποιημένο από Stein and Wysession, 2003).

“όσφαιρας”

53

## Διάδοση επιφανειακών κυμάτων

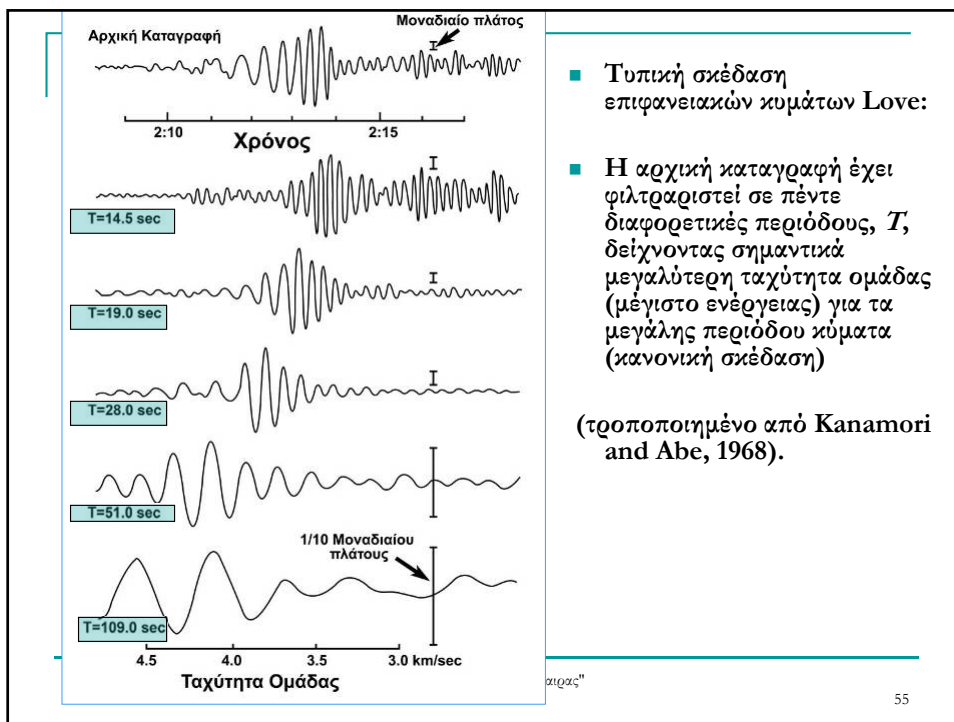
Χρόνος

Απόσταση

- Σχηματική αναπαράσταση της διάδοσης «πακέτου» επιφανειακών κυμάτων:
- Η ενέργεια του πακέτου διαδίδεται με την ταχύτητα ομάδας,  $U$ , ενώ κάθε σεισμική φάση διαδίδεται με ταχύτητα φάσης,  $c$ .
- Στην περίπτωση του σχήματος η ταχύτητα φάσης είναι μεγαλύτερη (μεγαλύτερη κλίση) από την ταχύτητα ομάδας.

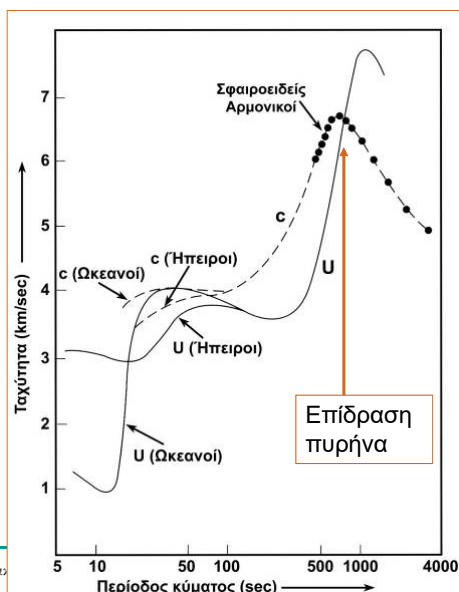
Κουρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

54



## Τυπικές καμπύλες σκέδασης για τα κύματα Rayleigh

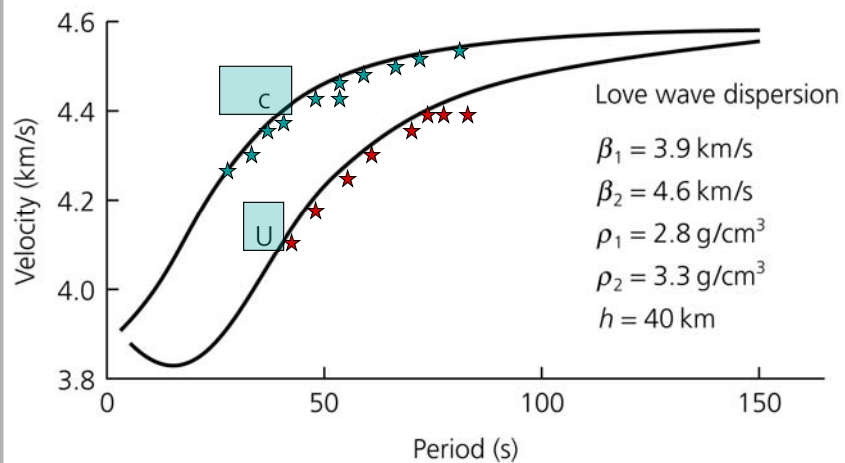
- Οι περίοδοι  $>400s$  βασίζονται σε μετρήσεις των σφαιροειδών ταλαντώσεων της Γης (τροποποιημένο από Stacey, 1992).



### Καμπύλες σκέδασης για ταχύτητα φάσης, $c$ και ταχύτητα ομάδας, $U$ κυμάτων LOVE

μοντέλο ηπειρωτικού φλοιού και άνω μανδύα

**Figure 2.8-2: Fundamental mode Love wave group and phase velocities.**



## 8.9 Ελεύθερες ταλαντώσεις της Γης

## Εισαγωγή

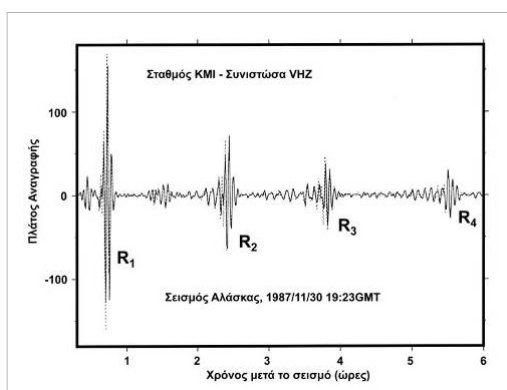
- Κατά τη γένεση ενός σεισμού, παράγονται τόσο κύματα χώρου (P και S), όσο και επιφανειακά κύματα (Rayleigh και Love) που είναι αποτέλεσμα της συμβολής κυμάτων χώρου και δημιουργίας στάσιμων κυμάτων, κοντά σε ασυνέχειες στρωμάτων.
- Στην περίπτωση ενός πολύ ισχυρού σεισμού, τα κύματα αυτά ταξιδεύουν πολλές φορές μέσα (κύματα χώρου) και γύρω (επιφανειακά κύματα) από τη Γη. Για παράδειγμα, πέρα από τις απλές φάσεις του μανδύα (P, PP, S, SS, κλπ.) είναι δυνατόν να έχουμε φάσεις που έχουν ανακλαστεί πολλές φορές στην επιφάνεια της Γης, π.χ. P φάσεις μανδύα που έχουν ανακλαστεί  $n$  φορές στην επιφάνεια της Γης και συμβολίζονται με  $P_n$ .
- Αντίστοιχα, επιφανειακά κύματα μεγάλων σεισμών διατρέχουν πολλές φορές την περιφέρεια της Γης.

Κουρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

59

## R1, R2, R3, R4 ... Rayleigh

- Στο σχήμα παρουσιάζεται μία καταγραφή όπου εμφανίζονται επιφανειακά κύματα Rayleigh, τα οποία έχουν διατρέξει την συντομότερη απόσταση (μικρό τόξο) σεισμού-σταθμού καταγραφής (R1), το αντίστοιχο μεγάλο τόξο σεισμού-σταθμού καταγραφής (αντίθετη φορά της Γης, R2), την διαδρομή του κύματος R1 με μία επιπλέον πλήρη περιφορά της Γης (R3), κ.ο.κ.
- Το αποτέλεσμα της πολλαπλής διάδοσης των κυμάτων χώρου και των επιφανειακών κυμάτων σε ολόκληρη τη Γη είναι η εποικοδομητική τους συμβολή και η δημιουργία στάσιμων κυμάτων τα οποία θέτουν σε ταλάντωση τη Γη.



Πειραματική (συνεχής γραμμή) και θεωρητική (διακεκομμένη γραμμή) αναγραφή επιφανειακών κυμάτων που έχουν διατρέξει πολλαπλά τη Γη

Κουρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

60

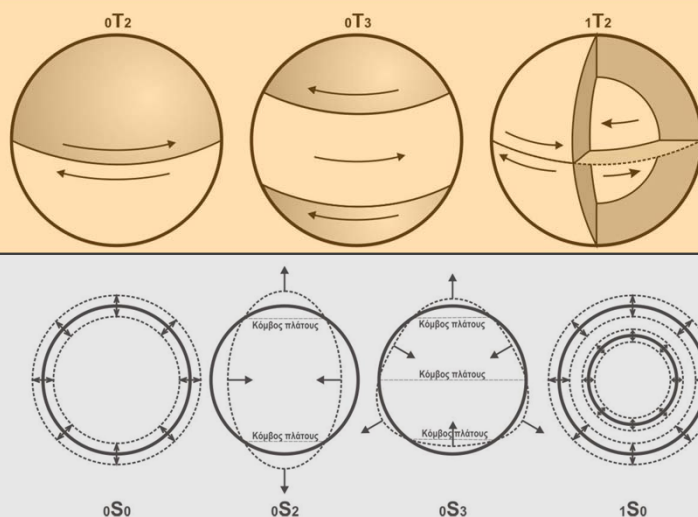
## Ελεύθερες ταλαντώσεις (normal modes)

- Οι ταλαντώσεις αυτές της Γης λέγονται ελεύθερες ταλαντώσεις (normal modes) και είναι εξαιρετικής σημασίας για τη μελέτη της δομής του εσωτερικού της. Οι ταλαντώσεις αυτές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:
- τις σφαιροειδείς (spheroidal), που συμβολίζονται με το γράμμα  $S$ , και τις στροφικές (toroidal), που συμβολίζονται με το γράμμα  $T$ , και έχουν διάφορες μορφές.
- Οι σφαιροειδείς ελεύθερες ταλαντώσεις περιλαμβάνουν αναπάλξεις της Γης που καταγράφονται τόσο στις οριζόντιες όσο και στις κατακόρυφες συνιστώσες σεισμομέτρων πολύ μακράς περιόδου, σε βαρυτόμετρα, σε οριζόντια και κατακόρυφα παραμορφωσίμετρα, κλπ.
- Οι στροφικές ελεύθερες ταλαντώσεις περιλαμβάνουν περιστροφικές ταλαντώσεις της Γης, με αποτέλεσμα να καταγράφονται μόνο στις οριζόντιες συνιστώσες σεισμομέτρων πολύ μακράς περιόδου ή σε οριζόντια παραμορφωσίμετρα.

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

61

## Βασικές στροφικές και σφαιροειδείς ταλαντώσεις της Γης



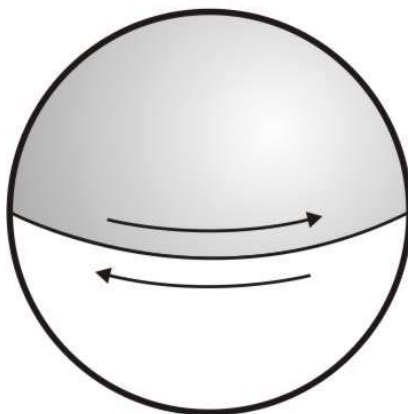
- Βασικές στροφικές (πάνω) και σφαιροειδείς (κάτω) ταλαντώσεις της Γης.

62

## Οι ελεύθερες ταλαντώσεις της Γης ως στάσιμα κύματα

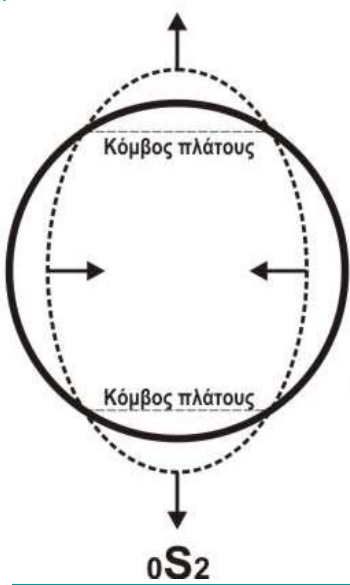
- Ως **στάσιμα κύματα**, οι ελεύθερες ταλαντώσεις χαρακτηρίζονται από **θεμελιώδεις και ανώτερους αρμονικούς**.

$0T_2$



Για παράδειγμα, η ελεύθερη ταλάντωση  $0T_2$  αντιστοιχεί σε **στροφική ταλάντωση** όλης της Γης ( $n=0$ ) με ένα μέγιστο κυκλικό δίσκο ( $k-1=1$ ), όπου η ταλάντωση είναι μηδενική και ο οποίος χωρίζει τα δύο ημισφαίρια τα οποία ταλαντώνονται σε αντίθετες κατευθύνσεις.





Για παράδειγμα, η ελεύθερη ταλάντωση  $0S_2$  αντιστοιχεί, σε σφαιροειδή ταλάντωση όλης της Γης ( $n=0$ ) με δύο μέγιστους κυκλικούς δίσκους όπου η ταλάντωση είναι μηδενική ( $k=2$ ).

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

65

## 8.10

### Αντιστροφή Σεισμικών Δεδομένων για τον Προσδιορισμό της Δομής της Γης

Ταχύτητα P κυμάτων

α

Ταχύτητα P κυμάτων

β

- Βασικοί τρόποι παραμετροποίησης της δομής της Γης για την περίπτωση της δομής ταχύτητας:
  - Α. παραμετροποίηση με στρώματα σταθερής ταχύτητας και,
  - Β. παραμετροποίηση με κόμβους γνωστής ταχύτητας και μεταβολή ανάμεσα στους κόμβους με γνωστή συνάρτηση (στην περίπτωση αυτή γραμμικές συναρτήσεις).

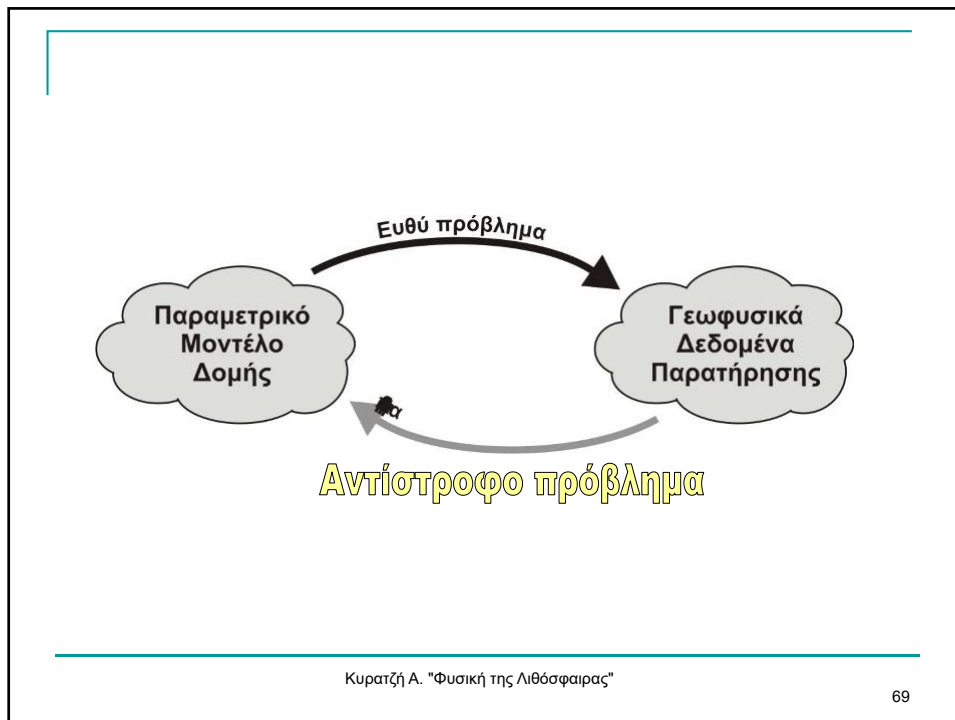
67

**Τα προβλήματα που σχετίζονται με τη μελέτη τη δομής της Γης διακρίνονται σε δύο γενικές ομάδες**

- **Ευθύ πρόβλημα (forward problem)**
  - Ανήκουν τα προβλήματα που επιλύονται με προσδιορισμό των αναμενόμενων παρατηρήσεων, δηλαδή υπολογισμό των **συνθετικών δεδομένων** (συνθετικοί χρόνοι διαδρομής, συνθετικές καταγραφές, κλπ.) για συγκεκριμένο (γνωστό) μοντέλο δομής.
- **Αντίστροφο πρόβλημα (inverse problem)**
  - Ανήκουν τα προβλήματα που επιλύονται με προσδιορισμό των παραμέτρων του μοντέλου δομής και των **αβεβαιοτήτων τους**, χρησιμοποιώντας **πραγματικά δεδομένα**, δηλαδή γεωφυσικές παρατηρήσεις (χρόνοι διαδρομής σεισμών ή τεχνητών εκρήξεων, αναγραφές σεισμών, κλπ.). Οι μαθηματικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται αναφέρονται ως τεχνικές **αντίστροφής**.

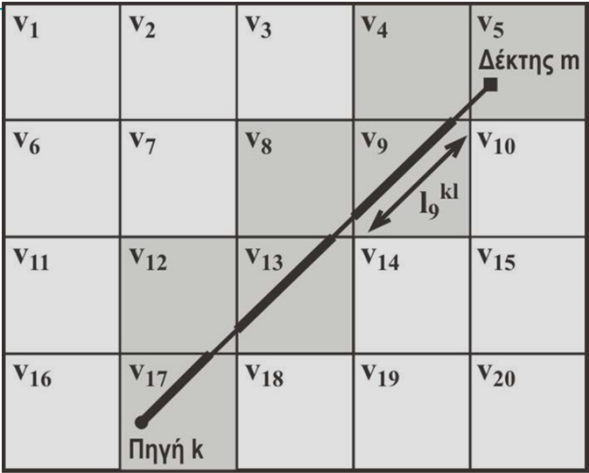
Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

68



## 8.11

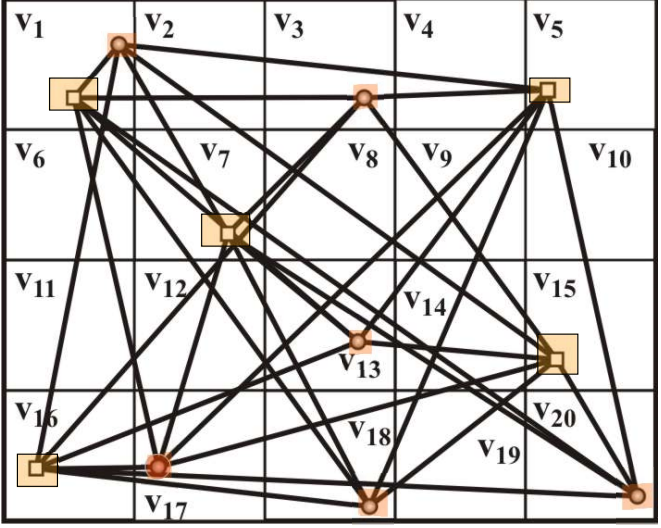
### Σεισμική Τομογραφία και Τρισδιάστατη Δομή της Γης



■ Σχηματική παράσταση τομογραφικού προσδιορισμού δομής σε δύο διαστάσεις: Ο χώρος μελέτης έχει χωριστεί σε κελιά σταθερής ταχύτητας και φαίνεται η σεισμική ακτίνα της  $k$  σεισμικής πηγής που καταγράφεται στον  $m$  δέκτη. Με γκρι χρώμα σημειώνονται τα κελιά τα οποία διασχίζει η σεισμική ακτίνα και στα οποία έχει μη μηδενικό μήκος.

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

71



■ Κάλυψη του μοντέλου δομής από σεισμικές ακτίνες από διάφορες πηγές (κόκκινοι κύκλοι) σε διάφορους δέκτες (κίτρινα τετράγωνα), κατά τη διαδικασία τομογραφικού προσδιορισμού της δομής.

Κυρατζή Α. "Φυσική της Λιθόσφαιρας"

72

